UNIVERSITÄT LEIPZIG

Semantik verallgemeinerter logischer Programme mit Constraints

Sibylle Schwarz schwarz@informatik.uni-leipzig.de

Graduiertenkolleg „Wissensrepräsentation“
Betreuer: Prof. Dr. H. Herre, Prof. Dr. S. Gerber (Institut für Informatik)
seit Januar 2000

Forschungsziel

Die Erweiterung verallgemeinerter logischer Programme um Constraints ergibt eine Programmklasse, die durch ihre Ausdrucksstärke eine interessante Sprache zur Wissensrepräsentation bildet.

Forschungziel ist die Entwicklung einer deklarativen Semantik für solche Programme. Dazu wird die Definition stabil erzeugter Modelle auf verallgemeinerte logische Programme mit Constraints erweitert.

Verallgemeinerte logische Programme

Nach den in ihren Regeln zugelassenen logischen Formeln unterscheidet man verschiedene Klassen logischer Programme.

Die einfachste Form haben definite logische Programme, in deren Regeln nur Atome im Kopf und Konjunktionen von Atomen im Rumpf zugelassen sind. Erweiterungen sind u. a. normal logische Programme (negierte Atome im Rumpf) und disjunktive Programme (Disjunktion von Atomen als Regelkopf).

In verallgemeinerten logischen Programmen stehen beliebige quantorenfreie Formeln in Kopf und Rumpf der Regeln.

Logische Programme mit Constraints

Für viele Programme ist es unzweckmäßig, Modelle in der freien Termalgebra über der Programm-Signatur zu betrachten, weil die spezielle Struktur des Berechnungsbereiches und passende Algorithmen (Constraint-Solver) bekannt sind.

Die Verknüpfung von logischer Programmierung und Constraint-Solving führt zur logischen Programmierung mit Constraints. Hier sind zusätzlich zu den im Programm definierten Atomen noch Constraints, also Atome mit speziellen Relationssymbolen zugelassen, deren Bedeutung mit der Struktur des Berechnungsbereiches festgelegt ist.

Definite logische Programme mit Constraints sind gut untersucht und werden in verschiedenen Gebieten angewendet. ([*Jaffar, Maher, Marriott, Stuckey : The Semantics of constraint logic programs, 1998*]).

Deklarative Semantik erweiterter logischer Programme

Für definite logische Programme bilden die kleinsten Herbrand-Modelle eine geeignete Semantik.

Analog dazu bieten die kleinsten C-Modelle eine Semantik für definite logische Programme mit Constraints.

Für verallgemeinerte logische Programme läßt sich eine deklarative Semantik nicht mehr so einfach festlegen. Besonders für die normal logischen und die disjunktiven Programme gibt es mehrere Ansätze mit verschiedenen Vor- und Nachteilen.

Stabile Modelle

für normal logische Programme wurden in [*Gelfond, Lifschitz : The Stable Model Semantics for Logic Programming, 1988*] entwickelt. Für normal logische Programme, die genau ein stabiles Modell haben, bieten sie eine geeignete Semantik.

Viele Programme haben jedoch keine oder mehrere stabile Modelle. Deshalb werden in [*Van Gelder, Ross, Schlipf: The Well-Founded Semantics for General Logic Programs, 1991*] die dreiwertigen *wohlfundierten Modelle* definiert.

Answer Sets

sind eine Verallgemeinerung stabiler Modelle für disjunktive Programme und für erweiterte logische Programme mit zwei verschiedenen Arten der Negation.

Stabil erzeugte Modelle

In [*Herre, Wagner: Stable Models Are Generated by a Stable Chain, 1997*] wurden stabil erzeugte Modelle für verallgemeinerte logische Programme eingeführt und untersucht. Für normal logische Programme sind alle stabilen Modelle stabil erzeugt.

Die Definition stabil erzeugter Modelle ist jedoch nicht auf normal logische Programme eingeschränkt, sondern gibt auch verallgemeinerten logischen Programmen eine Semantik. Allerdings gibt es auch Programme ohne stabil erzeugte Modelle.

Stabilitätsgraphen

Als neues Werkzeug zur Untersuchung der Semantik eines Programmes P betrachten wir seinen Stabilitätsgraphen G in einem Intervall $[K, L]$ von Interpretationen.

G ist der transitive Abschluß der Relation R mit

$R(I, J) \iff$

$J \in \mathrm{Min}\,\{N \mid I \subset N \subseteq L \wedge \forall r \in [P]\,(I \models B(r) \wedge L \models B(r) \Rightarrow N \models H(r))\}$

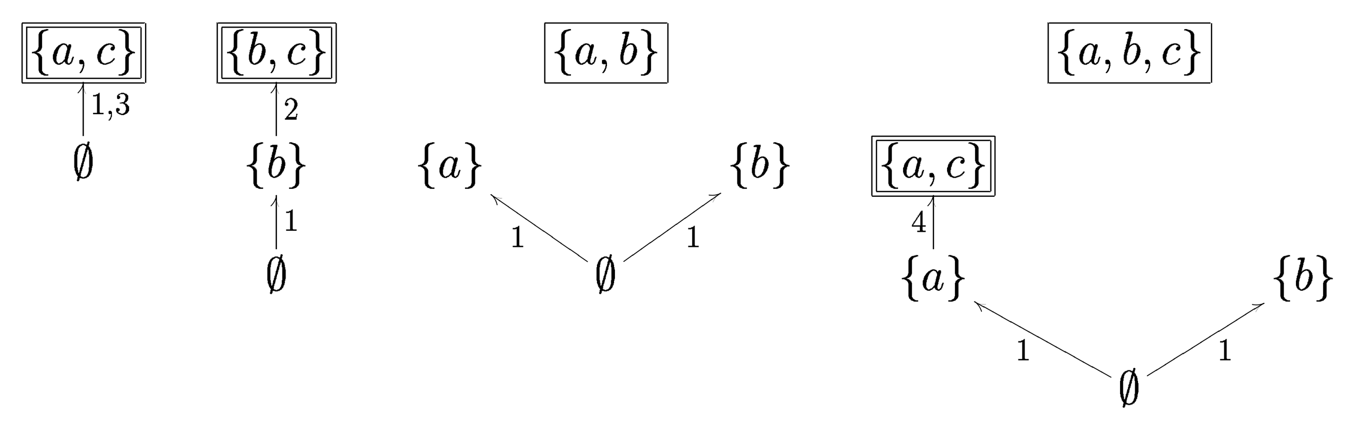
Struktur des Stabilitätsgraphen

Die Zusammenhangskomponente dieses Graphen, die die untere Intervallgrenze K enthält, ist gerichtet und kreisfrei.

Ein Pfad in dieser Zusammenhangskomponente heißt *stabile Kette* in $[K, L]$.
Interpretationen auf stabilen Ketten heißen *stabil im Intervall* $[K, L]$.

Die stabil erzeugten Modelle sind genau die Modelle M, die stabil in $[\emptyset, M]$ sind.

Beispiel : $P = \{(1) \;\Rightarrow a \vee b; (2)\ b \wedge \text{not } a \Rightarrow c; (3) \text{ not } b \Rightarrow c; (4)\ a \Rightarrow c\}$



Aus der Struktur dieser Graphen lassen sich viele Zusammenhänge zwischen Programmklassen und den entsprechenden Mengen stabil erzeugter Modellen ablesen. Eine interessante im Stabilitätsgraphen erkennbare Information ist der

Stabilitätsgrad

einer Interpretation I in einem Intervall $[K, L]$. Die Vereinigung V aller in einem Intervall stabilen Mengen liegt immer in $[K, L]$. Mengen, die nicht über $[K, L]$ stabil sind, sind es vielleicht über dem Intervall $[V, L]$.

Die Interpretation I hat in $[K, L]$ den Stabilitätsgrad n, wenn I im Intervall $[V_n, L]$ stabil ist, wobei $V_0 = K$ und jedes V_{i+1} die Vereinigung aller über $[V_i, L]$ stabilen Interpretationen ist.

Ausblick

Die Definition der Stabilitätsgraphen wird auf Interpretationen über Constraint-Bereichen übertragen. Diese Graphen sollen dann bei der Untersuchung von Eigenschaften der stabil erzeugten Modelle für verallgemeinerte logische Programme mit Constraints helfen.

Syntax verallgemeinerter CLP

Die Syntax von CLP-Programmen kann an verschiedenen Stellen in den Programmregeln Constraints zulassen, z. B. nur im Rumpf oder nur als zusätzliche Konjunktionsglieder. Dadurch ergeben sich unterschiedliche Ausdrucksstärken und entsprechende Berechnungskomplexitäten.

Hier wird zunächst eine einfache Form der Erweiterung untersucht, in denen der Regelrumpf eine Konjunktion von Constraints und quantorenfreien Formeln ist und im Kopf keine Constraints zugelassen sind.

Ausgehend davon können sich dann Erweiterungen auf Programme mit komplexeren Regeln anbieten.

Stabilitätsgrad mit kleinsten oberen Schranken

Die Vereinigung aller stabilen Mengen in der Definition des Stabilitätsgrades ist möglicherweise zu groß, um genügend Aussagekraft zu haben.

Eine Alternative zur Vereinigung ist an dieser Stelle die Menge aller kleinsten oberen Schranken von Kombinationen stabiler Mengen. Einen ähnlichen Ansatz gibt es in [*Eiter, Gottlob, Gurevich: Curb Your Theory! A circumscriptive approach for inclusive interpretation of disjunctive information, 1993*].

Gedruckt im Universitätsrechenzentrum Leipzig