

Transitive Hülle einer Relation

(Hilfe zu Übungsblatt 6)

Aus der Vorlesung wissen wir:

Wir nennen R^+ die **transitive Hülle** von R , falls R^+ die kleinste transitive Relation ist, die R umfasst.

Wir nennen R^* die **reflexive und transitive Hülle** von R , falls R^* die kleinste reflexive und transitive Relation ist, die R umfasst.

$$I_M := \{(a, a) \mid a \in M\}, R^0 := I_M$$

$$R^n := R \circ R^{n-1} \text{ für } n \geq 1.$$

Satz 2.17:

Es sei $R \subseteq M \times M$ eine Relation auf einer Menge M . Dann gilt

$$R^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} R^i = R^1 \cup R^2 \cup R^3 \cup \dots \text{ und}$$

$$R^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} R^i = R^0 \cup R^1 \cup R^2 \cup R^3 \cup \dots$$

Hilfe zu Aufgabe 6.3

Zur Ermittlung der transitiven Hülle einer Relation $R \subseteq M \times M$ (gemäß Satz 2.17) berechnen wir also $R, R^2 = R \circ R, R^3 = R \circ R^2, R^4 = R \circ R^3, \dots$ bis einer der folgenden drei Fälle auftritt:

- Es gibt ein $i \in \mathbb{N}$ mit $R^i = M \times M$.
Dann ist $R^+ = M \times M$
- Es gibt i und $j > i$ ($i, j \in \mathbb{N}$) mit $R^j = R^i$.
Dann ist $R^+ = R^1 \cup R^2 \cup \dots \cup R^{j-1}$
- Es gibt ein $i \in \mathbb{N}$ mit $R^i = \emptyset$.
Dann ist $R^+ = R^1 \cup R^2 \cup \dots \cup R^{i-1}$

Mail: {winter}@informatik.uni-halle.de

weitere Infos zur Vorlesung unter

<http://nirvana.informatik.uni-halle.de/~theo/THE0lehre/THE0aktuell.html>